



Vom Kaffeeproblem

Heißer, schwarzer Kaffee, Junge!





TODO
Tibor-Kurve

Das Problem!



Das Problem!

Zwei Personen:



Das Problem!

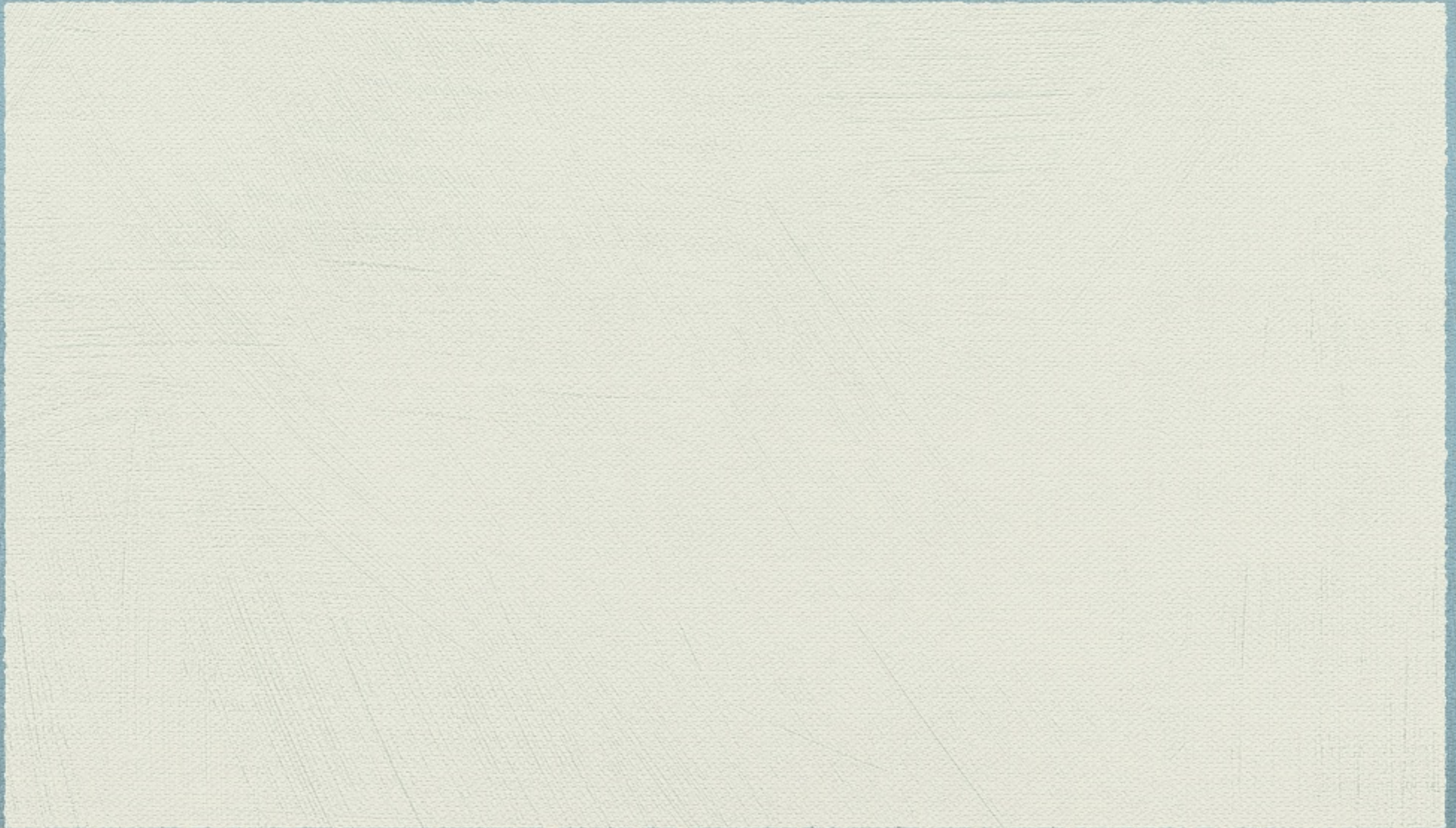
Zwei Personen:



Drei Personen:



Referenzen



Referenzen

- ◆ Troyer, Markle. *Coffee drinking: an emerging social problem?* (1984)

Referenzen

- ◆ Troyer, Markle. *Coffee drinking: an emerging social problem?* (1984)
- ◆ Boldt, Traulsen, von Hanxleden. *Worst case reaction time analysis of concurrent reactive programs.* (2008)

Referenzen

- ◆ Troyer, Markle. *Coffee drinking: an emerging social problem?* (1984)
- ◆ Boldt, Traulsen, von Hanxleden. *Worst case reaction time analysis of concurrent reactive programs.* (2008)
- ◆ Fisher. *The international coffee agreement—a study in coffee diplomacy.* (1972)

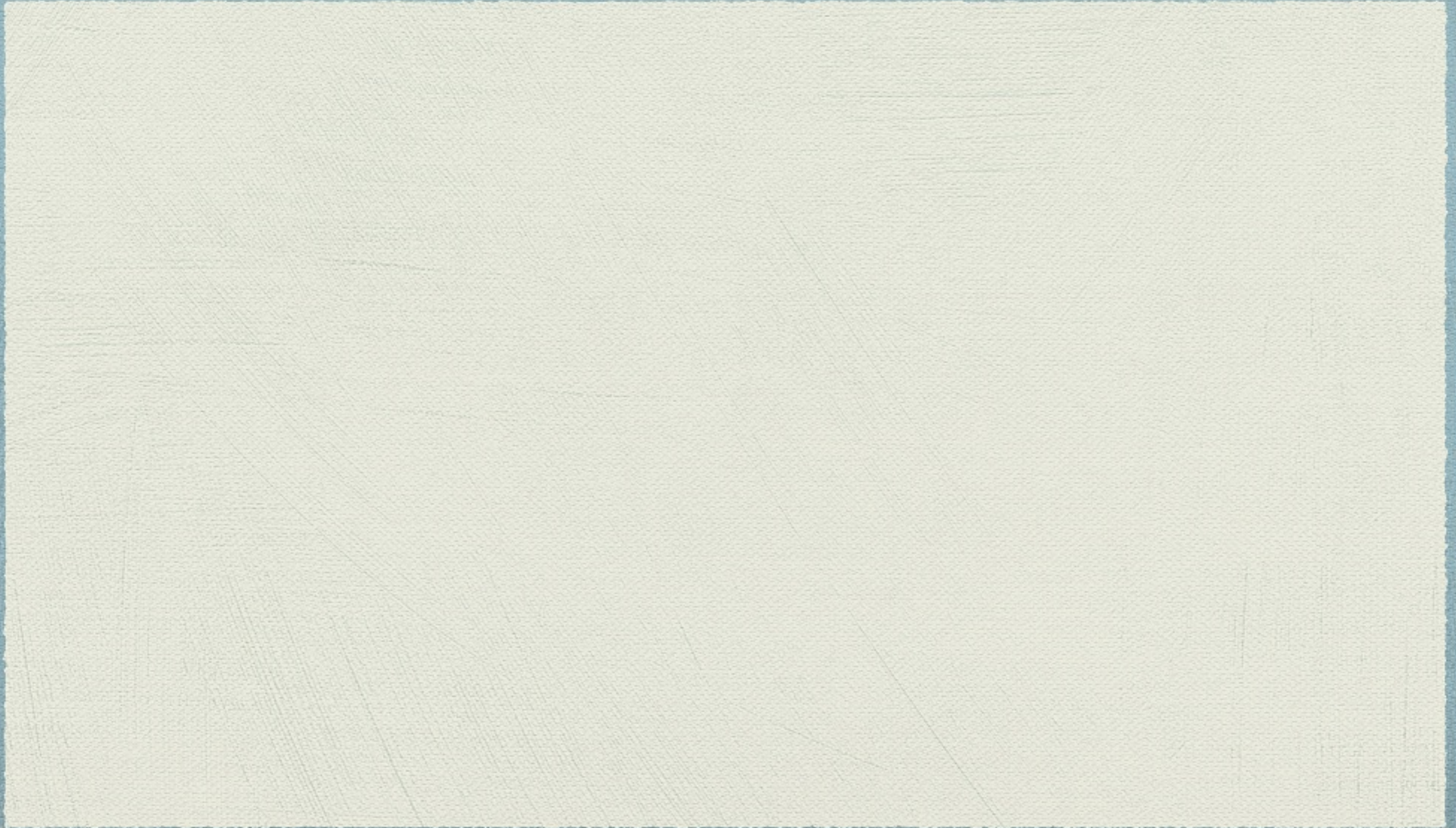
Referenzen

- ◆ Troyer, Markle. *Coffee drinking: an emerging social problem?* (1984)
- ◆ Boldt, Traulsen, von Hanxleden. *Worst case reaction time analysis of concurrent reactive programs.* (2008)
- ◆ Fisher. *The international coffee agreement—a study in coffee diplomacy.* (1972)
- ◆ Masinter. *Hyper Text Coffee Pot Control Protocol (HTCPCP/1.0).* (RFC 2324, 1998)

Referenzen

- ◆ Troyer, Markle. *Coffee drinking: an emerging social problem?* (1984)
- ◆ Boldt, Traulsen, von Hanxleden. *Worst case reaction time analysis of concurrent reactive programs.* (2008)
- ◆ Fisher. *The international coffee agreement—a study in coffee diplomacy.* (1972)
- ◆ Masinter. *Hyper Text Coffee Pot Control Protocol (HTCPCP/1.0).* (RFC 2324, 1998)
- ◆ Nazar. *The Hyper Text Coffee Pot Control Protocol for Tea Efflux Appliances (HTCPCP-TEA).* (RFC 7168, 2014)

Agenda



Agenda

1. Einleitung

Agenda

1. ~~Einleitung~~

Agenda

1. ~~Einleitung~~
2. Erster Hauptteil

Agenda

1. ~~Einleitung~~
2. Erster Hauptteil
3. Zweiter Hauptteil

Agenda

1. ~~Einleitung~~
2. Erster Hauptteil
3. Zweiter Hauptteil
4. Schluss

Erster Hauptteil

Kaffeekränzchen

Eine Menge

$$K = \{p_1, \dots, p_n\}, \quad n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$$

heißt *Kaffeekränzchen über n Personen* oder kurz *n -Kaffeekränzchen*.

Kaffeekasse

Sei $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ und K ein n -Kaffeekränzchen.
Eine K -Kaffeekasse ist ein Tupel

$$k \in \mathbb{Z}^n, \quad k = (\Delta_1, \dots, \Delta_n)$$

mit

$$\sum_{i=1}^n \Delta_i = 0.$$

Kaffeeproblem

Sei $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ und k eine Kaffeekasse über dem n -Kaffeekränzchen K . Gegeben zwei Personen $p_i, p_j \in K$, die einen Kaffee zusammen trinken wollen.

Kaffeeproblem

Sei $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ und k eine Kaffeekasse über dem n -Kaffeekränzchen K . Gegeben zwei Personen $p_i, p_j \in K$, die einen Kaffee zusammen trinken wollen.

Wer muss wem einen Kaffee ausgeben?







**Christoph
Daniel**

Miro

**Christoph
Daniel**

0

Miro

0



**Christoph
Daniel**

Miro

0

0


-1

1






Christoph Daniel	Miro
0	0
-1	1
-2	2



Christoph Daniel	Miro
0	0
-1	1
-2	2
-1	1

Christoph Daniel	Miro
0	0
-1	1
-2	2
-1	1


→0!



Christoph Daniel	Miro
0	0
-1	1
-2	2
-1	1

→0!

→0!

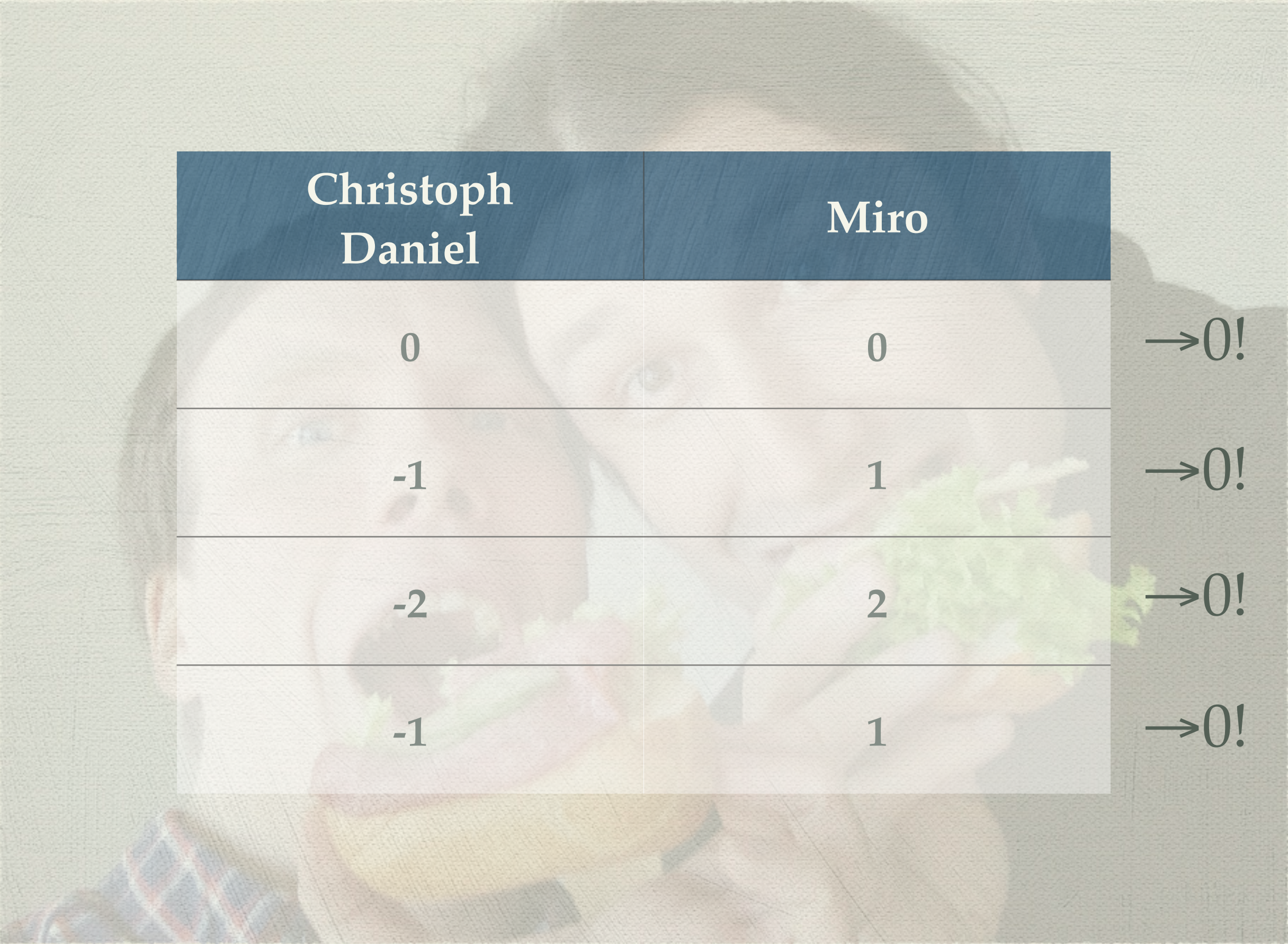


Christoph Daniel	Miro
0	0
-1	1
-2	2
-1	1

→0!

→0!

→0!



Christoph Daniel	Miro	
0	0	→0!
-1	1	→0!
-2	2	→0!
-1	1	→0!

Kaffeesatz

Sei $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ und k eine Kaffeekasse über dem n -Kaffeekränzchen K . Um das Kaffeeproblem zu lösen genügen $n - 1$ Komponenten von k .

Kaffeesatz

Sei $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ und k eine Kaffeekasse über dem n -Kaffeekränzchen K . Um das Kaffeeproblem zu lösen genügen $n - 1$ Komponenten von k .

Beweis. Es gilt:

$$\begin{aligned} \Delta_1 + \dots + \Delta_{n-1} + \Delta_n &= 0 \\ \Leftrightarrow \Delta_1 + \dots + \Delta_{n-1} &= -\Delta_n \end{aligned}$$

Explizite Kaffeekasse

Sei $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ und K ein n -Kaffeekränzchen.
Eine explizite K -Kaffeekasse ist eine Matrix $\kappa \in \mathbb{N}^{n \times n}$ mit:

1. $\kappa_{i,i} = 0$ für alle $i \in \mathbb{N}_{\leq n}$ und

2. $\kappa_{i,j} = -\kappa_{j,i}$ für alle $i, j \in \mathbb{N}_{\leq n}$.

Kaffeeparadoxon

Explizite Kaffeekasse:

$$\kappa = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Kaffeeparadoxon

Explizite Kaffeekasse:

$$\kappa = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Bilanzierende Kaffeekasse:

$$k = (2, -2, 0)$$

Kaffeeparadoxon

Explizite Kaffeekasse:

$$\kappa = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow 3 \text{ Kaffees}$$

Bilanzierende Kaffeekasse:

$$k = (2, -2, 0)$$

Kaffeeparadoxon

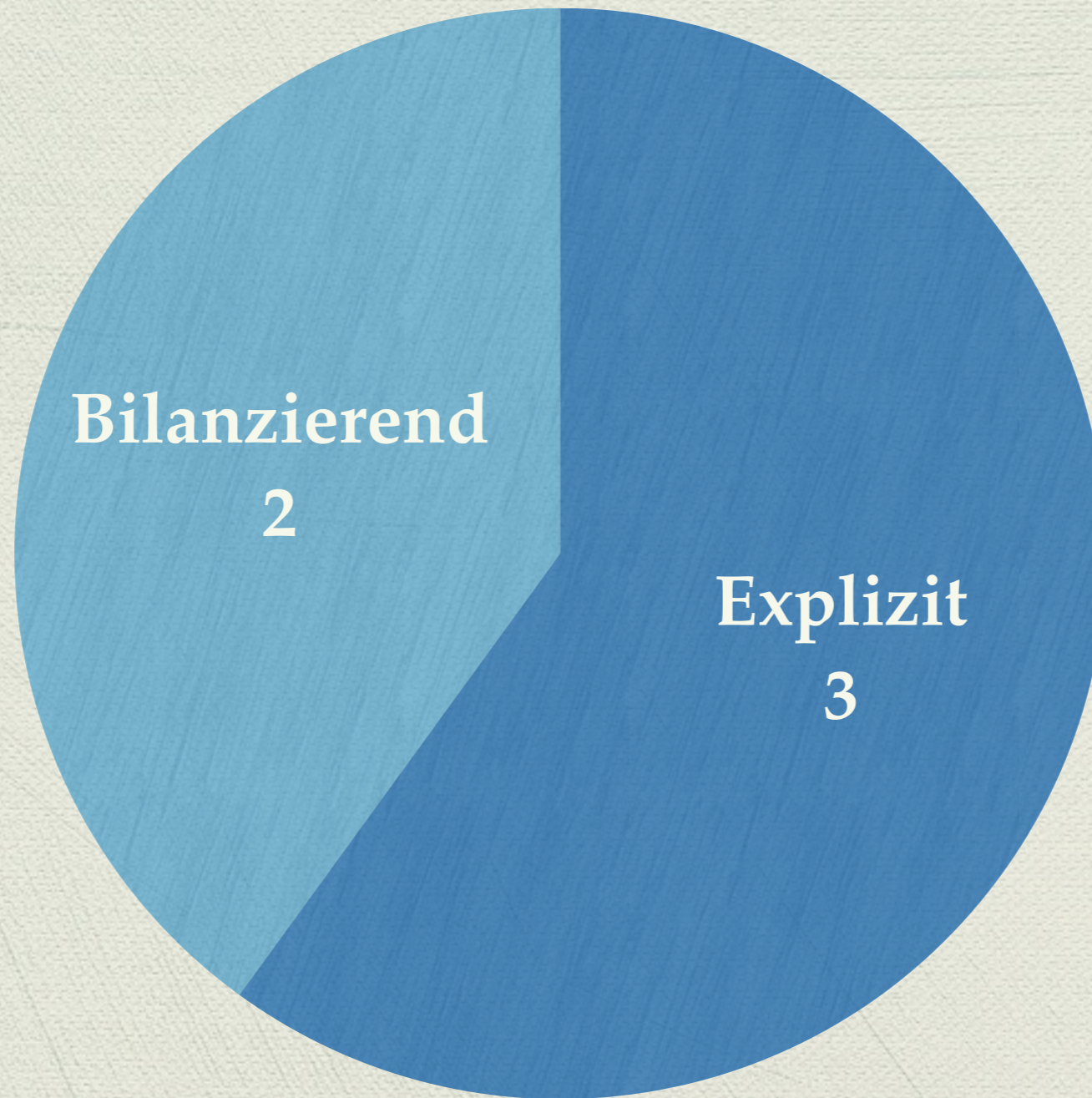
Explizite Kaffeekasse:

$$\kappa = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow 3 \text{ Kaffees}$$

Bilanzierende Kaffeekasse:

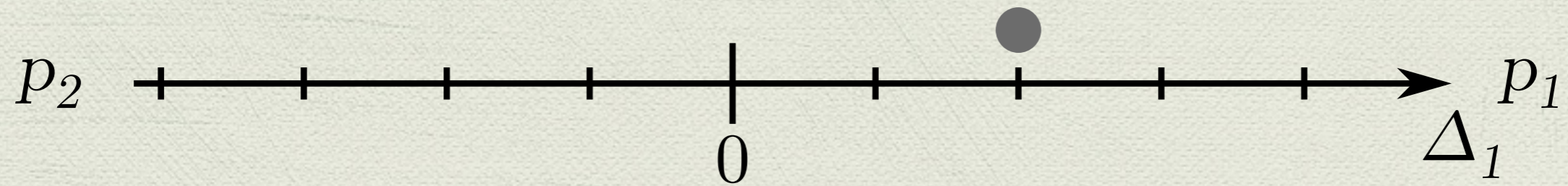
$$k = (2, -2, 0) \longrightarrow 2 \text{ Kaffees!!!}$$

Kaffeeparadoxon

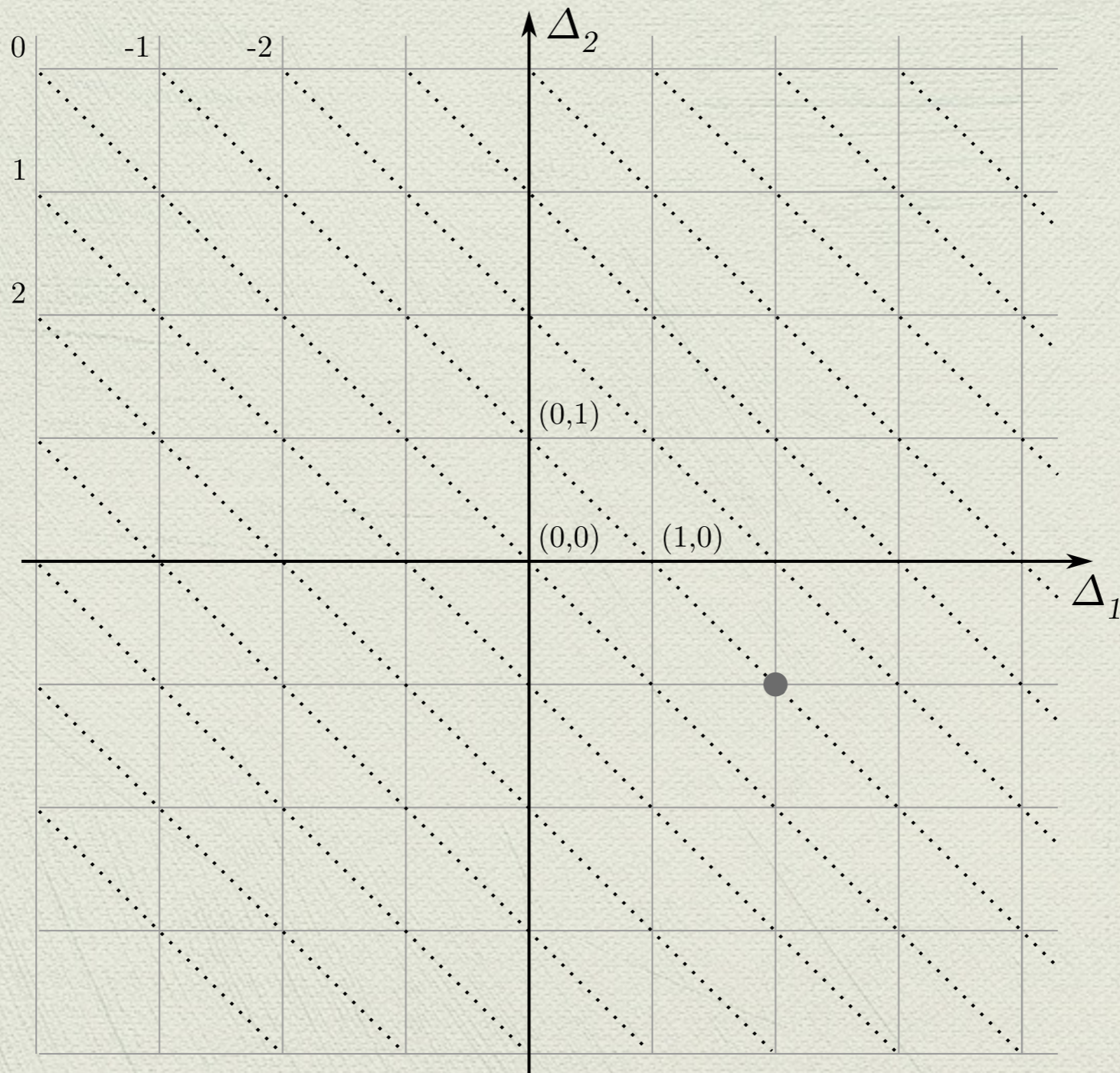


Zweiter Hauptteil

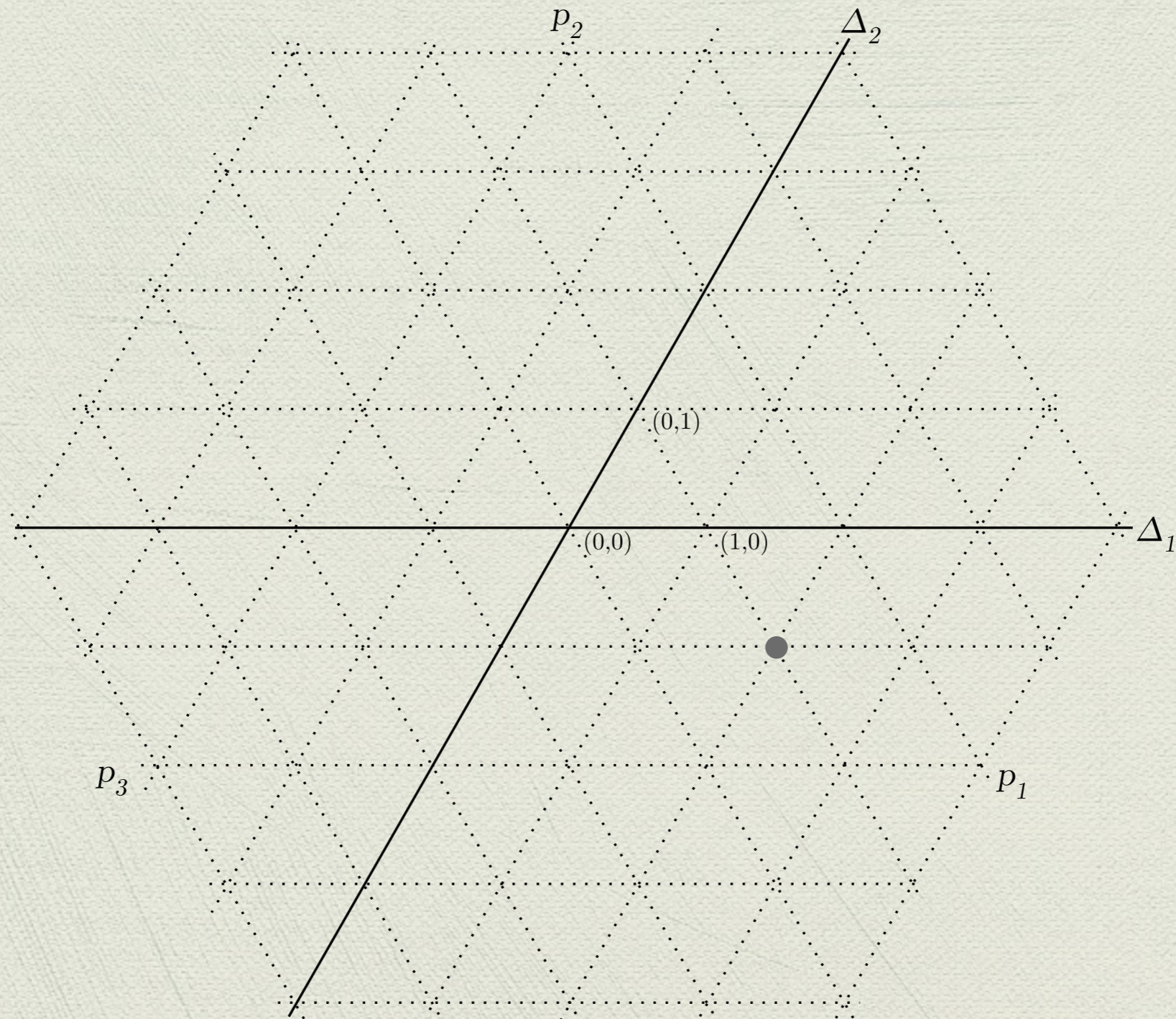
Zwei Personen: Kaffeestahl



Drei Personen: Kartesisch



Drei Personen: Schief



Schluss

Zusammenfassung



Zusammenfassung

- ◆ Kaffeeproblem

Zusammenfassung

- ◆ Kaffeeproblem
- ◆ Kaffeesatz

Zusammenfassung

- ◆ Kaffeeproblem
- ◆ Kaffeesatz
- ◆ Explizite vs. bilanzierende Kaffeekasse

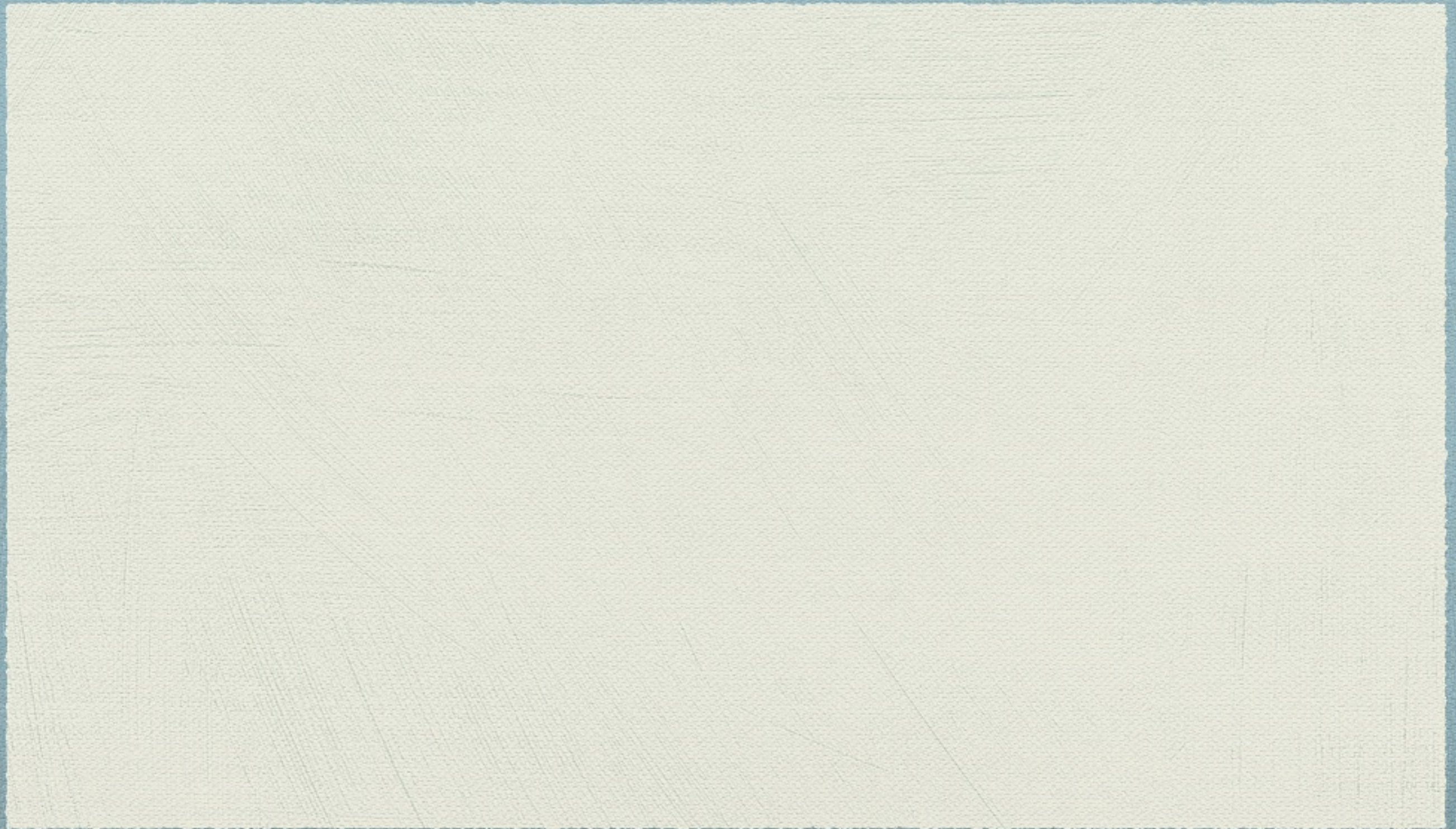
Zusammenfassung

- ◆ Kaffeeproblem
- ◆ Kaffeesatz
- ◆ Explizite vs. bilanzierende Kaffeekasse
- ◆ Kaffeeparadoxon

Zusammenfassung

- ◆ Kaffeeproblem
- ◆ Kaffeesatz
- ◆ Explizite vs. bilanzierende Kaffeekasse
- ◆ Kaffeeparadoxon
- ◆ Visualisierungen

Ausblick



Ausblick

- ◆ Ein- und Austritt von Personen

Ausblick

- ◆ Ein- und Austritt von Personen
- ◆ Einfache Visualisierungen für $n > 3$?

Ausblick

- ◆ Ein- und Austritt von Personen
- ◆ Einfache Visualisierungen für $n > 3$?
- ◆ Einfachere Visualisierungen für $n < 4$?

Anhang

(für unqualifizierten Fragen)

Kaffeeparadoxon

