Beschreibung und Veranschaulichung des n-Kaffee-Problems

Nis Börge Wechselberg, Christoph Daniel Schulze

11. September 2014

Das n-Kaffee-Problem beschreibt die Guthaben-Schulden-Verhältnisse in einer Gruppe von n Personen. Die Verhältnisse werden hierbei in ausgegebenen Kaffees notiert.

Für zwei beteiligte Personen ist dieses Verhältnis noch trivial zu betrachten. Es wird in diesem Artikel versucht die Visualisierung auch für mehr Personen möglichst einfach zu halten und eine manuelle grafische Dokumentation zu ermöglichen.

Definition 1 (Kaffeerunde)**.** *Als* ***Kaffeerunde K*** *bezeichnen wir die betrachtete Menge von $n \in \mathbb{N}$ Personen. Hierbei werden die Personen als $p_i, i < n$ bezeichnet und es gilt $K = \{p_0, \ldots, p_{n-1}\}$.*

Beispiel (2-Kaffee-Problem)**.** *Sind nur 2 Personen p_0 und p_1 an der Kaffeerunde beteiligt, lässt sich das 2-Kaffee-Problem als $x \in \mathbb{Z}$ beschreiben. Hierbei gilt:*

$x = 0$ *Das Verhältnis ist ausgeglichen, niemand hat Kaffeeschulden.*

$x > 0$ *p_1 schuldet p_0 noch x Kaffees.*

$x < 0$ *p_0 schuldet p_1 noch x Kaffees.*

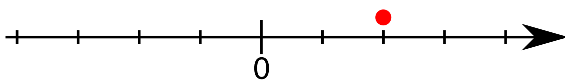

Abbildung 1: Beispiel für das 2-Körper-Problem, p_1 schuldet p_0 noch 2 Kaffee

Definition 2 (n-Kaffee-Problem)**.** *Das allgemeine* ***n-Kaffee-Problem*** *zu einer Kafferunde K mit n Personen lässt sich definieren als $x \in \mathbb{Z}^{n-1}$, also $x = (x_0, \ldots, x_{n-1})$. Zu diesem Tupel werden die Kaffeefunktion $k_{i,j} : \mathbb{Z}^{n-1} \to \mathbb{Z}^{n-1}$ definiert durch*

Formel korrigieren

$$k_{i,j}(x_0, \ldots, x_{n-1}) = \begin{cases} (x_0, \ldots, x_{i-1}, x_i + 1, x_{i+1}, \ldots, x_{n-1}) & \text{, falls } i < n \\ (x_0 - 1, \ldots, x_{n-1} - 1) & \text{, falls } i = n \end{cases}$$

*Diese Kaffeefunktion k_i gibt die Veränderung der Guthaben-Schulden-Verhältnisse innerhalb der Kaffeerunde an, wenn p_i ein Kaffee **ausgegeben wird**.*

Beispiel (3-Kaffee-Problem). Text ergänzen

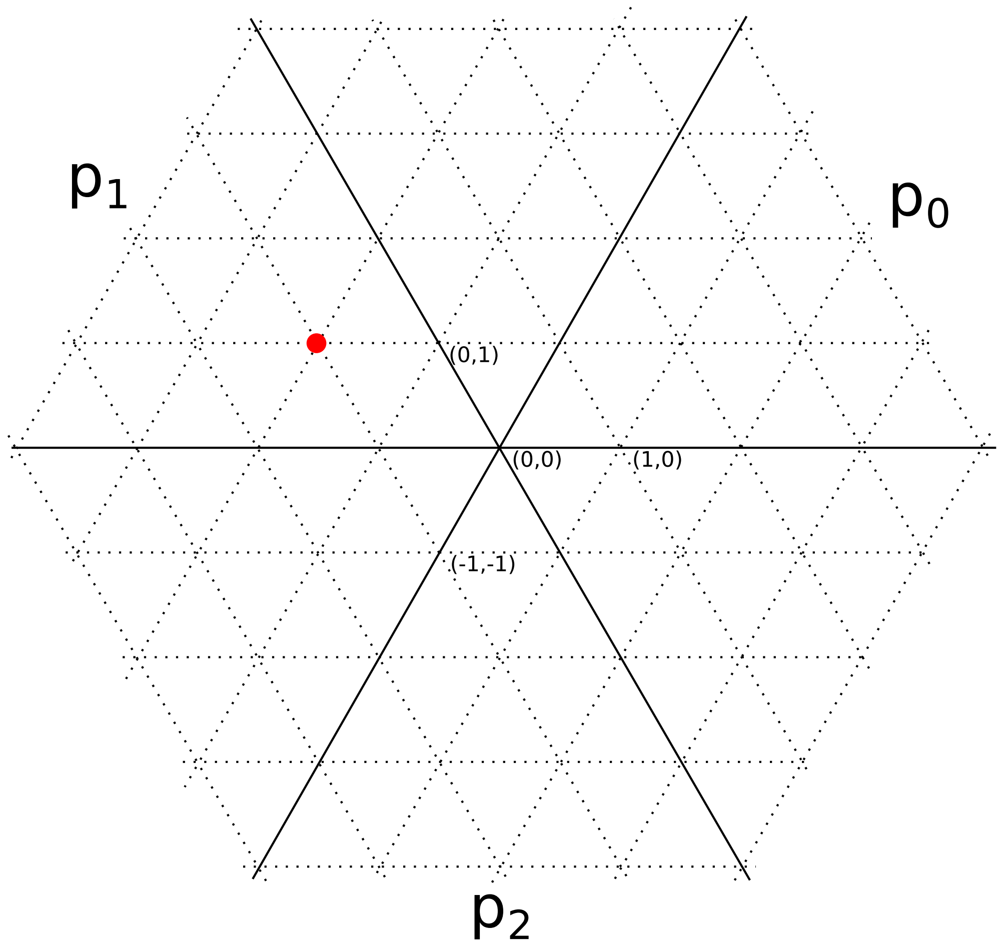

Abbildung 2: