



Vom Kaffeeproblem

Heißer, schwarzer Kaffee, Junge!







cds



mSP







Tibor-
kurve



Das Problem!



Das Problem!

Zwei Personen:



Das Problem!

Zwei Personen:



Drei Personen:



Referenzen



Referenzen

- ◆ Troyer, Markle. *Coffee drinking: an emerging social problem?* (1984)

Referenzen

- ◆ Troyer, Markle. *Coffee drinking: an emerging social problem?* (1984)
- ◆ Boldt, Traulsen, von Hanxleden. *Worst case reaction time analysis of concurrent reactive programs.* (2008)

Referenzen

- ◆ Troyer, Markle. *Coffee drinking: an emerging social problem?* (1984)
- ◆ Boldt, Traulsen, von Hanxleden. *Worst case reaction time analysis of concurrent reactive programs.* (2008)
- ◆ Fisher. *The international coffee agreement—a study in coffee diplomacy.* (1972)

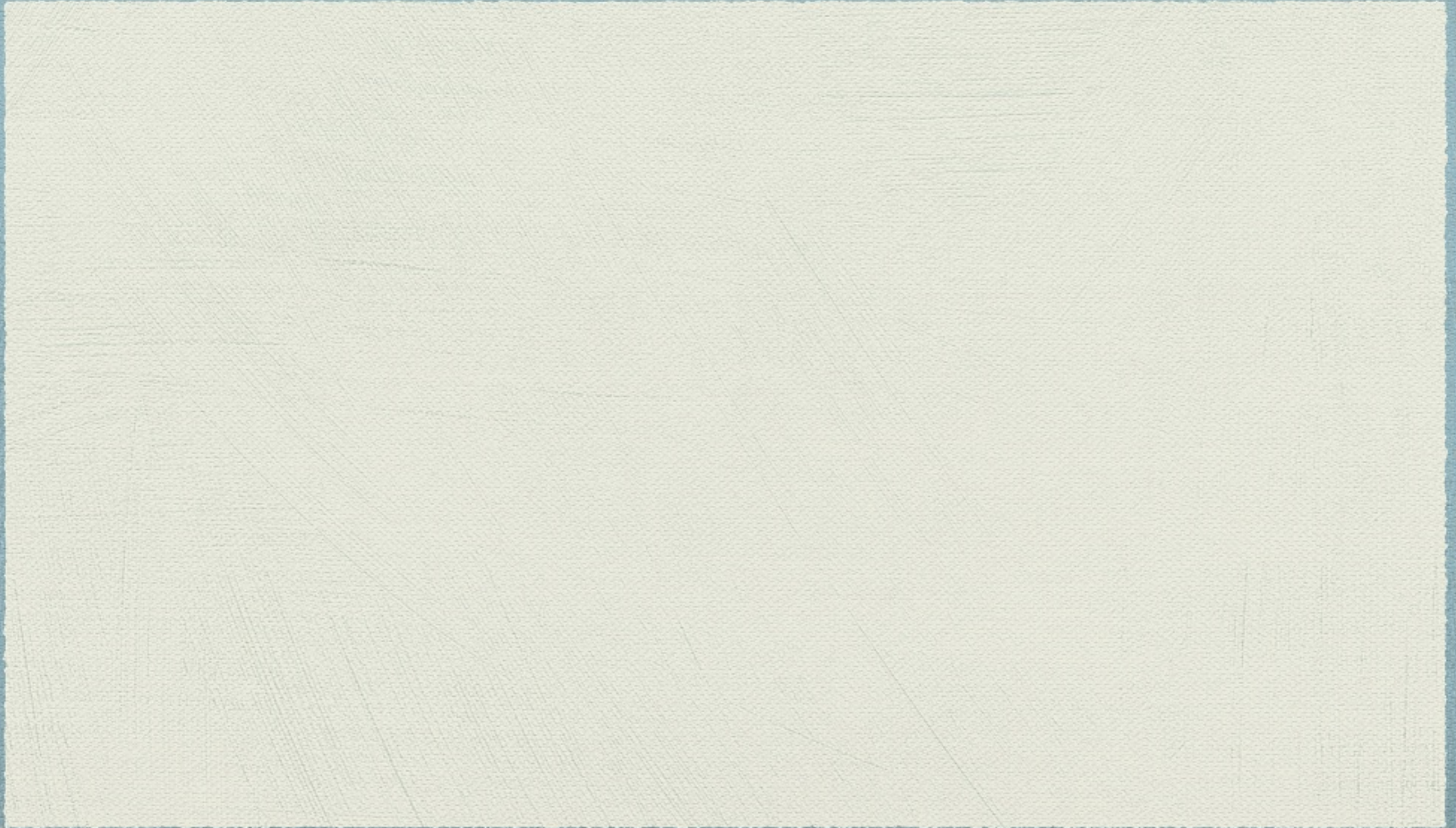
Referenzen

- ◆ Troyer, Markle. *Coffee drinking: an emerging social problem?* (1984)
- ◆ Boldt, Traulsen, von Hanxleden. *Worst case reaction time analysis of concurrent reactive programs.* (2008)
- ◆ Fisher. *The international coffee agreement—a study in coffee diplomacy.* (1972)
- ◆ Masinter. *Hyper Text Coffee Pot Control Protocol (HTCPCP/1.0).* (RFC 2324, 1998)

Referenzen

- ◆ Troyer, Markle. *Coffee drinking: an emerging social problem?* (1984)
- ◆ Boldt, Traulsen, von Hanxleden. *Worst case reaction time analysis of concurrent reactive programs.* (2008)
- ◆ Fisher. *The international coffee agreement—a study in coffee diplomacy.* (1972)
- ◆ Masinter. *Hyper Text Coffee Pot Control Protocol (HTCPCP/1.0).* (RFC 2324, 1998)
- ◆ Nazar. *The Hyper Text Coffee Pot Control Protocol for Tea Efflux Appliances (HTCPCP-TEA).* (RFC 7168, 2014)

Agenda



Agenda

1. Einleitung

Agenda

1. ~~Einleitung~~

Agenda

1. ~~Einleitung~~
2. Erster Hauptteil

Agenda

1. ~~Einleitung~~
2. Erster Hauptteil
3. Zweiter Hauptteil

Agenda

1. ~~Einleitung~~
2. Erster Hauptteil
3. Zweiter Hauptteil
4. Schluss

Erster Hauptteil

Kaffeekränzchen

Eine Menge

$$K = \{p_1, \dots, p_n\}, \quad n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$$

heißt *Kaffeekränzchen über n Personen* oder kurz *n -Kaffeekränzchen*.

Kaffeekasse

Sei $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ und K ein n -Kaffeekränzchen.
Eine K -Kaffeekasse ist ein Tupel

$$k \in \mathbb{Z}^n, \quad k = (\Delta_1, \dots, \Delta_n)$$

mit

$$\sum_{i=1}^n \Delta_i = 0.$$

Kaffeeproblem

Sei $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ und k eine Kaffeekasse über dem n -Kaffeekränzchen K . Gegeben zwei Personen $p_i, p_j \in K$, die einen Kaffee zusammen trinken wollen.

Kaffeeproblem

Sei $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ und k eine Kaffeekasse über dem n -Kaffeekränzchen K . Gegeben zwei Personen $p_i, p_j \in K$, die einen Kaffee zusammen trinken wollen.

Wer muss wem einen Kaffee ausgeben?







**Christoph
Daniel**

Miro

**Christoph
Daniel**

0

Miro

0



A photograph of a dog, likely a Golden Retriever, eating a sandwich. The dog is shown in profile, with its mouth open, holding a sandwich with lettuce and a pinkish filling. A semi-transparent table is overlaid on the image, with a dark blue header and white text. The table has two columns and two rows. The first row contains the names 'Christoph Daniel' and 'Miro'. The second row contains the numbers '0' and '1'. The background of the image is a plain, light-colored wall.

Christoph Daniel	Miro
0	0
-1	1



Christoph Daniel	Miro
0	0
-1	1
-2	2

**Christoph
Daniel**

Miro

0

0

-1


1

-2

2


-1

1



Christoph Daniel	Miro
0	0
-1	1
-2	2
-1	1


→0!



Christoph Daniel	Miro
0	0
-1	1
-2	2
-1	1

→0!

→0!

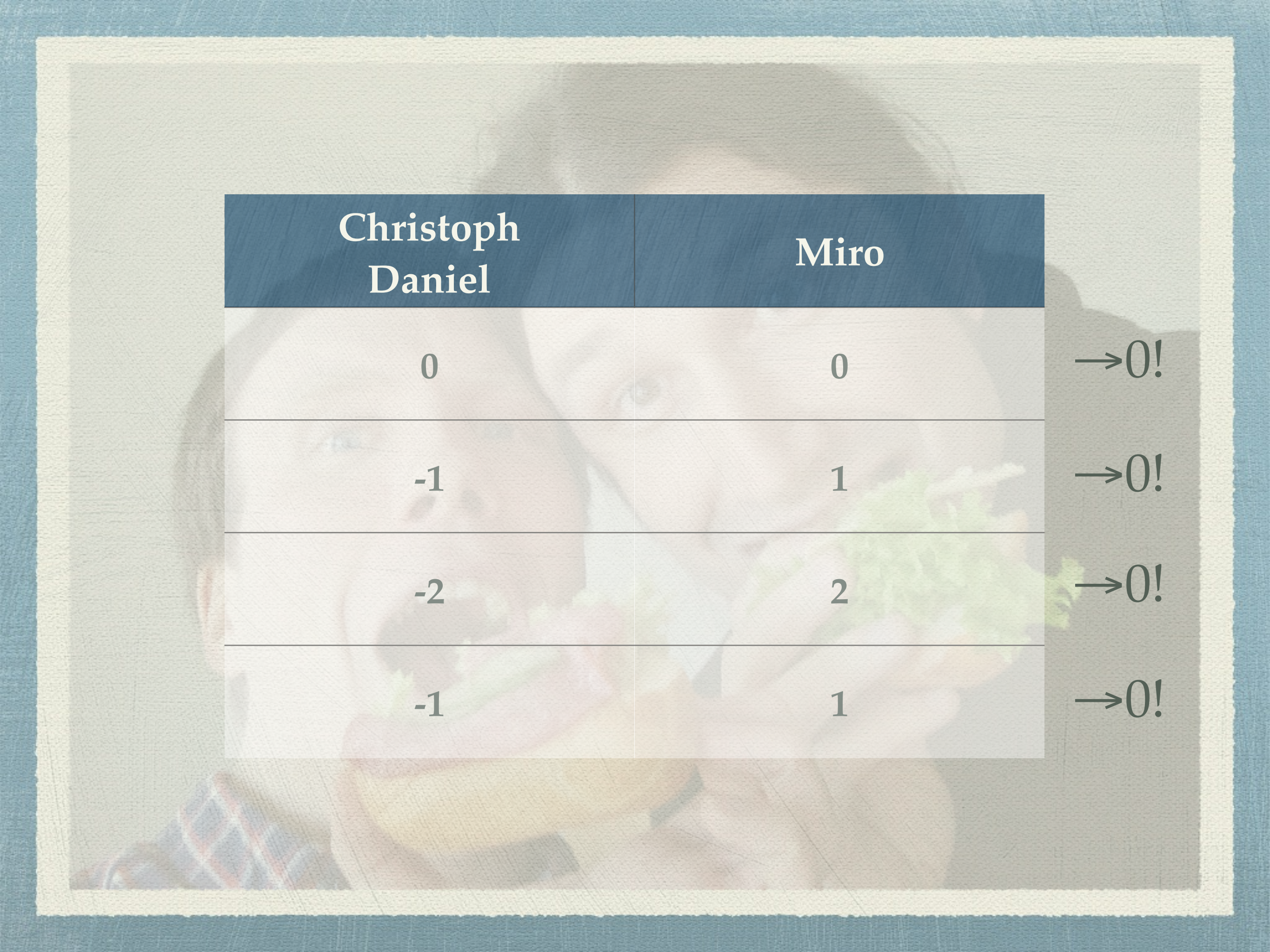


Christoph Daniel	Miro
0	0
-1	1
-2	2
-1	1

→0!

→0!

→0!



Christoph Daniel	Miro	
0	0	→0!
-1	1	→0!
-2	2	→0!
-1	1	→0!

Kaffeesatz

Sei $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ und k eine Kaffeekasse über dem n -Kaffeekränzchen K . Um das Kaffeeproblem zu lösen genügen $n - 1$ Komponenten von k .

Kaffeesatz

Sei $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ und k eine Kaffeekasse über dem n -Kaffeekränzchen K . Um das Kaffeeproblem zu lösen genügen $n - 1$ Komponenten von k .

Beweis. Es gilt:

$$\begin{aligned} \Delta_1 + \dots + \Delta_{n-1} + \Delta_n &= 0 \\ \Leftrightarrow \Delta_1 + \dots + \Delta_{n-1} &= -\Delta_n \end{aligned}$$

Explizite Kaffeekasse

Sei $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ und K ein n -Kaffeekränzchen.
Eine explizite K -Kaffeekasse ist eine Matrix $\kappa \in \mathbb{N}^{n \times n}$ mit:

1. $\kappa_{i,i} = 0$ für alle $i \in \mathbb{N}_{\leq n}$ und

2. $\kappa_{i,j} = -\kappa_{j,i}$ für alle $i, j \in \mathbb{N}_{\leq n}$.

Kaffeeparadoxon

Explizite Kaffeekasse:

$$\kappa = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Kaffeeparadoxon

Explizite Kaffeekasse:

$$\kappa = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Bilanzierende Kaffeekasse:

$$k = (2, -2, 0)$$

Kaffeeparadoxon

Explizite Kaffeekasse:

$$\kappa = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow 3 \text{ Kaffees}$$

Bilanzierende Kaffeekasse:

$$k = (2, -2, 0)$$

Kaffeeparadoxon

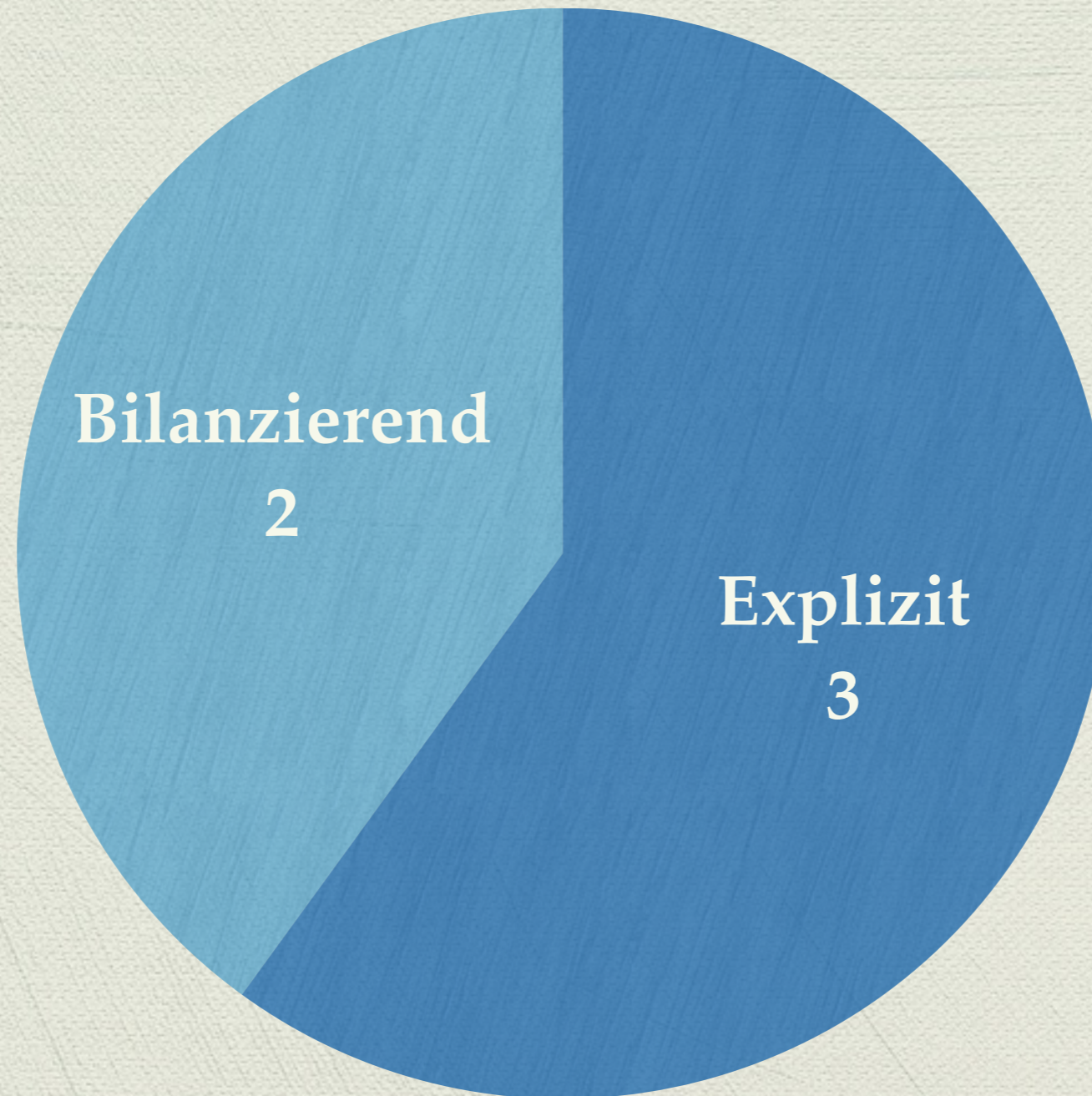
Explizite Kaffeekasse:

$$\kappa = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow 3 \text{ Kaffees}$$

Bilanzierende Kaffeekasse:

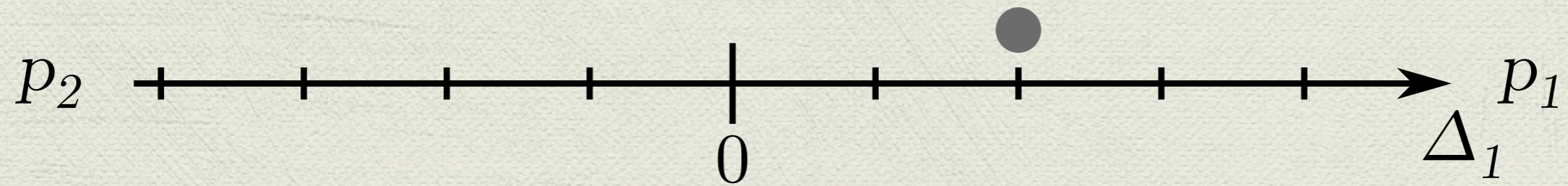
$$k = (2, -2, 0) \longrightarrow 2 \text{ Kaffees!!!}$$

Kaffeeparadoxon

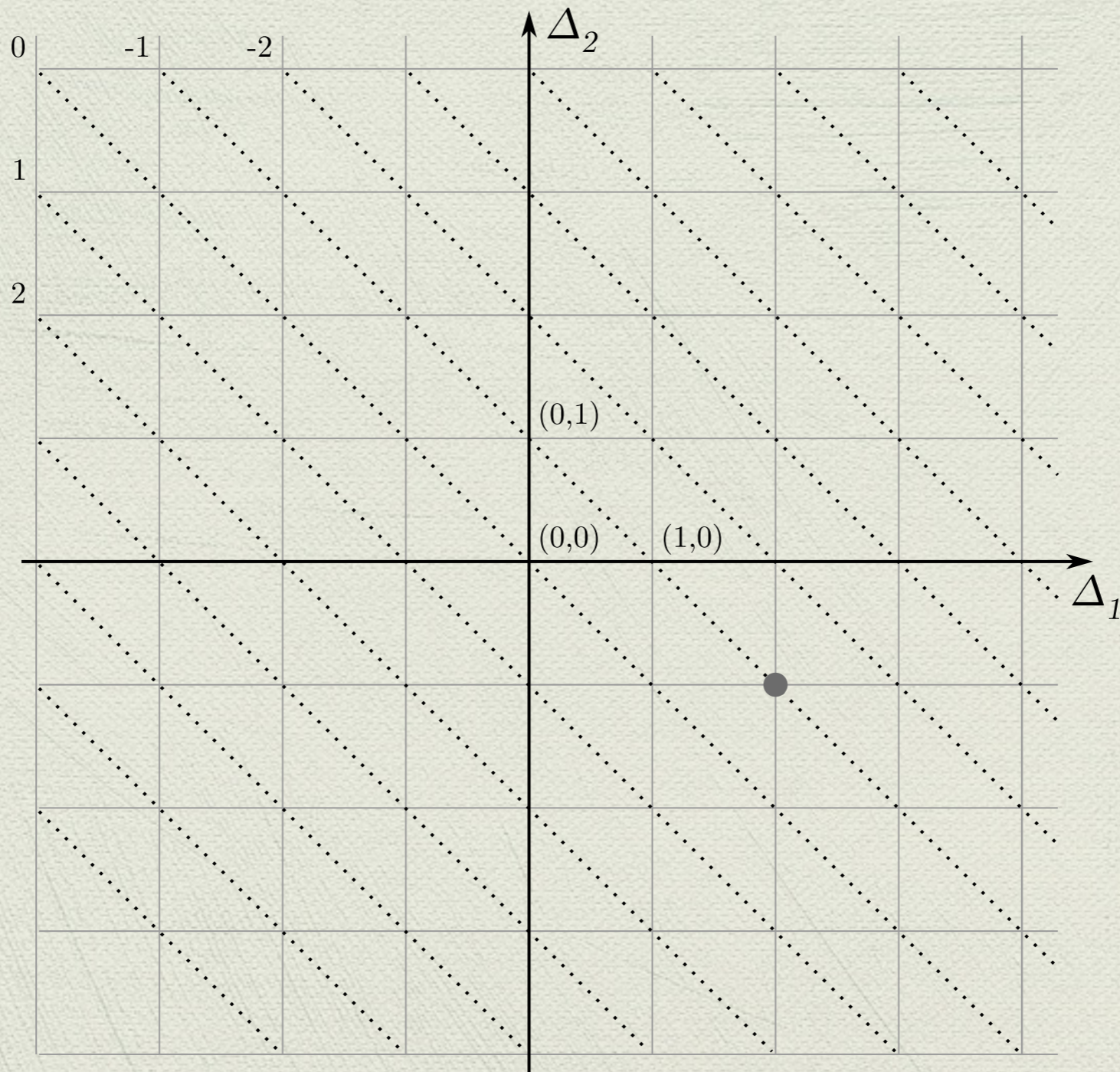


Zweiter Hauptteil

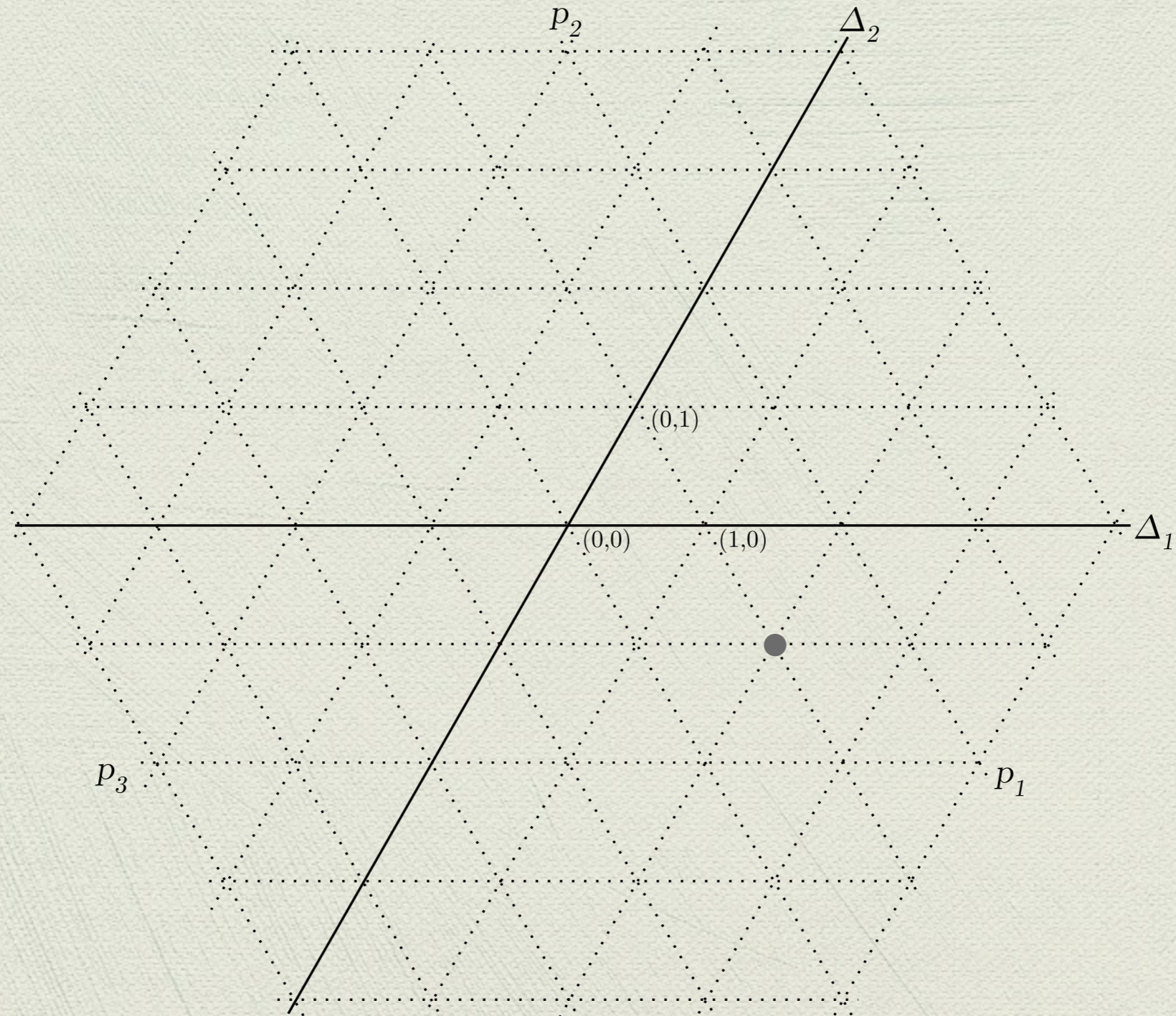
Zwei Personen: Kaffeestahl



Drei Personen: Kartesisch



Drei Personen: Schief



Schluss

Zusammenfassung



Zusammenfassung

- ◆ Kaffeeproblem

Zusammenfassung

- ◆ Kaffeeproblem
- ◆ Kaffeesatz

Zusammenfassung

- ◆ Kaffeeproblem
- ◆ Kaffeesatz
- ◆ Explizite vs. bilanzierende Kaffeekasse

Zusammenfassung

- ◆ Kaffeeproblem
- ◆ Kaffeesatz
- ◆ Explizite vs. bilanzierende Kaffeekasse
- ◆ Kaffeeparadoxon

Zusammenfassung

- ◆ Kaffeeproblem
- ◆ Kaffeesatz
- ◆ Explizite vs. bilanzierende Kaffeekasse
- ◆ Kaffeeparadoxon
- ◆ Visualisierungen

Ausblick



Ausblick

- ◆ Ein- und Austritt von Personen

Ausblick

- ◆ Ein- und Austritt von Personen
- ◆ Einfache Visualisierungen für $n > 3$?

Ausblick

- ◆ Ein- und Austritt von Personen
- ◆ Einfache Visualisierungen für $n > 3$?
- ◆ Einfachere Visualisierungen für $n < 4$?

Anhang

(für unqualifizierten Fragen)

Kaffeeparadoxon

